Arbre Binaire de Recherche

Exercice 1. Rappels sur les ABR

Objectif : Rechercher efficacement...

Définition :

```
pour tout x     cle[x]
                gauche[x]
                droit[x]

pour tout x de A    si gauche[x] != NIL
                        alors cle[x] > cle[gauche[x]]
                    si droit[x] != NIL
                        alors cle[x] < cle[droit[x]]
```

Exemples d'arbre et de différentes opérations...

Exercice 2.

Implémentation :

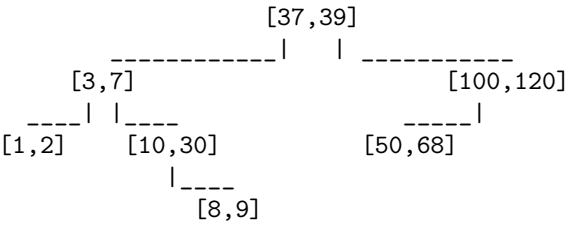
```c
typedef struc noeud {
    int cle;
    struct noeud* gauche;
    struct noeud* droit;
} noeud;
typedef struct noeud* arbre;

/**
* renvoie un pointeur sur le noeud qui contient la valeur max
* ou NULL si A est vide
*/
noeud*  max(arbre A) {
    if (A == NULL)
        return NULL;
    while (A->droit != NULL)
        A = A->droit;
    return A;
}

/**
* renvoie un pointeur sur le noeud qui contient la valeur min
* ou NULL si A est vide
*/
```

```
noeud*  min(arbre A) {
    if (A == NULL)
        return NULL;
    while (A->gauche != NULL)
        A = A->gauche;
    return A;
}
```

```
/**
* renvoie un pointeur sur le noeud qui contient la plus petite cle >= v
* ou NULL si ce noeud n'existe pas
*/
noeud*  succ(arbre A, int v) {
    if (A == NULL)
        return NULL;
    if (A->cle == v)
        return A;
    if (A->cle < v)
        return succ(A->droit, v);
    tmp = succ(A->gauche, v);
    if (tmp == NULL)
        return A;
    else
        return tmp;
}
```

Exercice 3.

```
pour tout noeud x   droit[x]
                    gauche[x]
                    u[x]        // 1er jour         <-sert de clé
                    v[x]        // dernier jour
```




```
/**
* renvoie vrai si [p, d] intersecte avec un interval de A et faux sinon
* complexité : O(h)
*/
bool  intersecte(A: noeud racine, p: jour arrivée, d: jour départ) {
```

```
    si (A = NULL) alors
        retourner faux;
    si (d < u[A]) alors
        retourner interssecte(gauche[A], p, d);
    si (d > u[A]) alors
        retourner interssecte(droit[A], p, d);
    // on a d >= u[A] et p <= v[A] : il y a interssection
    retourner vrai;
}
```

Preuve :

L'appel `intersecte(NULL, p, d)` termine en 1 appel en renvoyant faux. Cet appel est donc valide car `[p, d]` n'intersecte avec aucun interval d'un arbre vide. (Notons que la hauteur de $NULL$ est égale à -1)

Supposons que pour tout arbre A de hauteur $h(A) \leq k$, k `intersecte(A, p, d)` termine en au plus $h(A) + 1$ appels et est valide.

Soit A un arbre de hauteur $k + 1$ et considérons l'appel `intersecte(A, p, d)`. On a $A \neq NULL$ si $d < u[A]$, alors `[p, d]` n'intersecte pas avec `[u[A], v[A]]`. De plus si il y a intersection, c'est alors forcément avec un intervalle de `gauche[a]`. On appelle alors `intersecte(gauche[A], p, d)`. Or $h(gauche[A]) \leq k$ donc cet appel termine en au plus $k + 1$ appels et est valide. De même si $p > v[A]$, on appelle `intersecte(droit[A], p, d)` qui termine en au plus $k + 1$ appels et est valide car $h(droit[A]) \leq k$.

Ainsi `intersecte(A, p, d)` termine en au plus $k + 2$ et est valide.

On en conclus que pour tout A, `intersecte(A, p, d)` termine et est valide. L'algorithme fait au plus $h(A) + 1$ appels en $O(1)$. Il est donc en $O(h(A))$.

	Ajouter	Supprimer	Intersecte
ABR	O(h)	O(h)	O(h)
liste chainée	O(1) si intersecte, O(n) sinon	O(1) si intersecte, O(n) sinon	O(n)
liste chainée triée	O(n)	O(n)	O(n)